



Sezgisel Metotlar

-1-

Optimizasyon Nedir?

- Optimizasyon, en genel anlamıyla, bir sistemde, belirli kısıtlar altında, belirlenmiş bir amaç fonksiyonunun değerinin en iyilenmesi amacıyla karar değişkenlerinin alacağı değerleri belirleme işlemidir.
- Diğer bir ifade ile, istenen bir çıktıyı elde etmek amacıyla, sistem girdilerinin ve/veya bu girdilerin değerlerinin ne olacağını belirleme sürecidir.
- Amaç fonksiyonunun en iyilenmesi demek, problemin türüne göre en küçüklenmesi (minimizasyon) veya en büyüklenmesi (maksimizasyon) olabilir.
- Örneğin bir çizelgeleme probleminin, geciken iş sayısını en küçüklemek amacıyla çözülmesi bir optimizasyon problemidir. Aynı şekilde, bir montaj hattı dengeleme probleminin istasyon sayısını minimize etmek (veya hat etkinliğini maksimize etmek) amacıyla, veya bir ekonomik stok miktarı belirleme probleminin toplam maliyeti minimize etmek amacıyla çözülmesi birer optimizasyon işlemidir.

Klasik Optimizasyon Modelleri

- Bir fabrikada M1 ve M2 hammadde kullanarak A ve B ürünleri üretilmektedir. Ürünlerin satışından elde edilen kar ve kullandıkları hammadde ve her bir hammaddeden mevcut stok aşağıdaki tabloda verilmektedir.

	A ürün	B Ürün	Mevcut Hm
M1	6	4	24
M2	1	2	6
Br Kar	5\$	4\$	

Optimizasyon probleminin bir örneği,

(S, f, Ω)

S : aday çözümlerin kümesi (çözüm uzayı)

f : amaç fonksiyonu

(her aday çözüme $s \in S$ amaç fonksiyonu değeri atar)

Ω : kısıtlar kümesi

Klasik Optimizasyon Modelleri

Uygun çözümler kümesi (S'): aday çözümler kümesinde bulunan ve Ω 'daki tüm kısıtları sağlayan çözümlerin kümesi ($S' \subseteq S$)

- Optimizasyon problemlerinde amaç, global en iyi çözümü bulmaktır.
- Enküçükleme problemi için global en iyi çözüm (s^*):

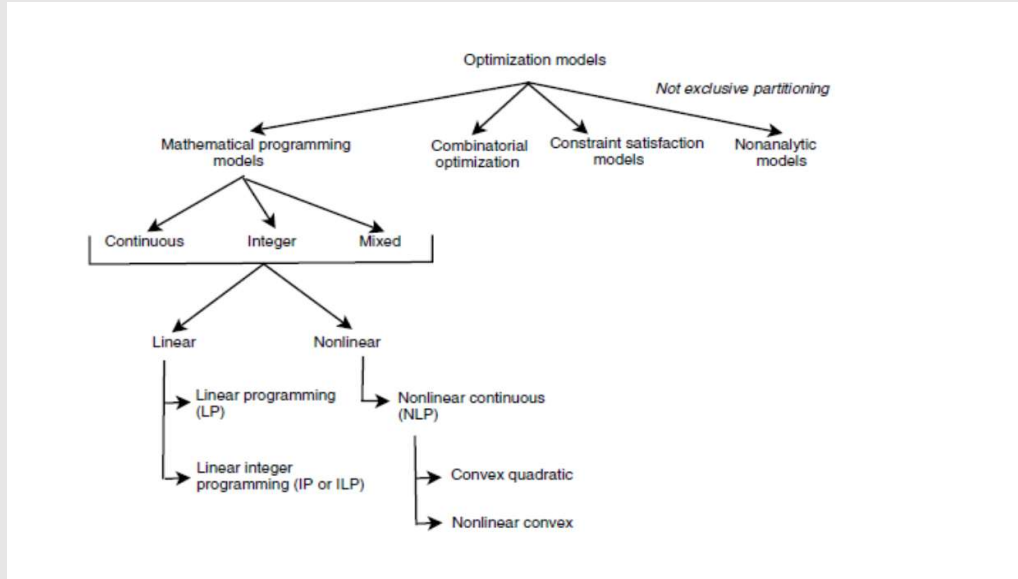
$$f(s^*) \leq f(s) \quad \forall s \in S'$$

- Enbüyükleme problemi için global en iyi çözüm (s^*):

$$f(s^*) \geq f(s) \quad \forall s \in S'$$

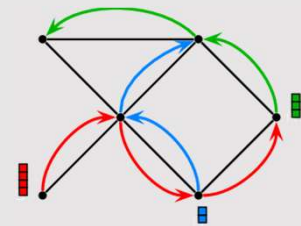
- Karar verme problemlerini formüle etmek ve çözmek için çeşitli optimizasyon modellerinden yararlanılmaktadır.

Klasik Optimizasyon Modelleri



Kombinatoriyal Optimizasyon

- Kombinatoriyal Optimizasyon; problemlerin özel bir sınıfında kullanılır.
- Kombinatoriyal kelimesi; nesnelerin **sıralanması** ve **seçilmesi** ile ilgilenen matematiğin bir dalı olan "combinatorics" kelimesinden türetilmiştir.
- Matematiğin bu dalında
 - Nesneler için belirli bir sıralama mevcut mu?
 - Nesnelere belirlenen bir grup genişliği ile kaç farklı sıralama yapılabilir? gibi sorulara cevap aranır.



Kombinatoryal Optimizasyon

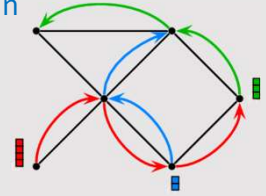
- Nesnelere ile ilgili sıralama sayısı, özel matematiksel formülasyonlardan yararlanılarak hesaplanır.
- Kombinatoryal Optimizasyon, nesnelere için belirli sayıda bir sıralamanın mevcut olup olmadığından ziyade **en iyi sıralamanın** belirlenmesi ile ilgilidir.
- Yöneylem Araştırmasında kombinatoryal Optimizasyon :

"kesikli çözüm uzayına sahip problemler için eniyi çözümü arayan yada bulan yöntemler"

- Kombinatoryal optimizasyon problemleri,

"dikkate alınan amaç fonksiyonunu eniyileyen kesikli karar değişkenlerinin değerlerinin bulunması"

ilgilidir.



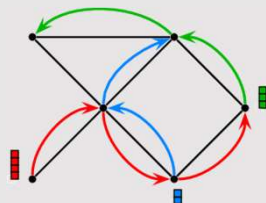
Kombinatoryal Optimizasyon

- Teorik ve pratik önemi olan çoğu optimizasyon problemi kombinatoryal yapıdadır.

Bu tür problemlere örnekler;

- Enkisa yol problemi
- Gezgin satıcı problemi
- Atama problemi
- Atölye çizelgeleme problemleri
- Araç rotalama problemi

- Kombinatoryal optimizasyon problemleri (KOP)
 - Enazlama (minimization)
 - Encoklama (maximization)



Kolay ve Zor Problemler

- KOP, çözüm açısından hem kolay hem de zor problemleri bünyesinde barındırmaktadır.
- Tüm KOP'ler iki sınıf altında toplanmaktadır:
 - P
 - NP-zor
- Bir problem P sınıfında ise, bu problem **erişilebilir (tractable)**, kolay, yani eniyi çözümü elde edilebilir.
- Bir problem NP-zor sınıfında ise, bu problem **erişilemez (intractable)**, zor, yani eniyi çözümü makul zamanlarda elde edilemez.

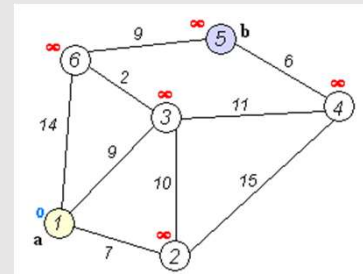
Kolay Problem

- P sınıfındaki bir problem;

çözüm zamanı problem genişliğinin polinom fonksiyonu olarak artan bir algoritma ile çözülebilir.

Örneğin, n düğüme sahip en kısa yol problemi **Dijkstra's algoritma** ile çözülebilir.

- Dijkstra's algoritmasının çözüm zamanı $O(n^2)$ ile sınırlıdır.
- Parantez içerisindeki fonksiyon polinom olduğundan dolayı,
 - **Dijkstra's algoritma**; polinom zamanlı bir algoritmadır.
 - **En kısa yol problemi**, P sınıfında yer alan bir problemdir.
- P sınıfında yer alan diğer KOP'ler:
 - Atama problemi
 - Minimum yayılan ağaç
 - Şebeke akış problemleri



Zor Problem

- NP-zor sınıfındaki problemlerin çözümü için **polinom zamanlı** algoritma yoktur.
- o ya da 1 değerini alan n değişkene sahip bir problem için tüm çözümlerin birerleme (enumeration) zamanı $O(2^n)$ 'dir.
- Küçük boyutlu problem birerleme ile çözülebilmese rağmen, büyük boyutlu problemler için bu yöntem ile çözüme ulaşmak mümkün değildir.
- NP-zor sınıfındaki problem için dal-sınır yada kesme-düzlemi gibi etkin yöntemlerinde başarısız olmasının nedeni bu yöntemlerinde , üstel sınırlara sahip olmasıdır.
- NP-zor sınıfında yer alan KEP'ler:
 - Karesel atama problemi
 - Gezgin satıcı problemi
 - Araç rotalama problemi
 - Çizelgeleme problemi
 - Yer seçimi problemi, vb.

Gezgin Satıcı Problemi (GSP)

- Gezgin satıcı problemi şu şekilde tanımlanabilir:

Bir seyyar satıcı var; Bu satıcı, mallarını (n) şehirde satmak istiyor; Öte yandan, mantıklı bir şekilde, bu satıcı $i \in V$ şehirden başlayıp, tüm şehirleri bir kez ziyaret ettikten sonra (i) şehrine geri donen bir yol "tur" olarak adlandırılır.

Problemin amacı: Minimum uzunluktaki tur elde etmek.



GSP için Matematiksel Model

Karesel Atama Problemi (KAP)

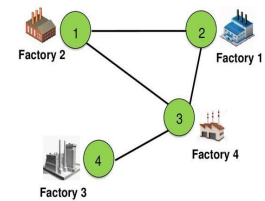
N :Tesis Kümesi

C_{pqrs} : 'p' ve 'r' tesislerini 'q' ve 's' aday bölgelerine atamanın maliyeti.

$$x_{pq} \begin{cases} 1 & p \text{ tesisi } q \text{ aday bölgesine yerleştirilir ise} \\ 0 & \text{diğer durumda} \end{cases}$$

Amaç: toplam taşıma maliyetini minimize edecek şekilde tesislerin aday bölgelere atamasını gerçekleştirmek

The Quadratic Assignment Problem (QAP)



KAP için Matematiksel Model

Sırt Çantası Problemi (SCP)

- SÇP ile kargo yükleme, sermaye yönetimi ve kesme gibi gerçek hayatta uygulama alanları söz konusudur.

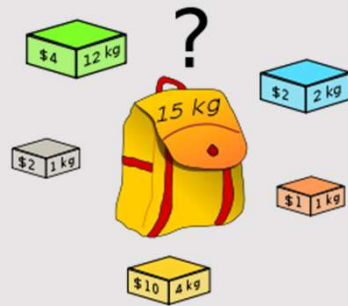
n : nesne sayısı

c_j : j . nesnenin karı

w_j : j . nesnenin ağırlığı

W : çantanın kapasitesi

$$x_j \begin{cases} 1 & j \text{ nesnesi seçilirse} \\ 0 & \text{diğer durumda} \end{cases}$$



Amaç: Çantanın kapasitesi aşılmamak suretiyle toplam karı ençoklayan nesnelerin enuygun kombinasyonunun seçimi

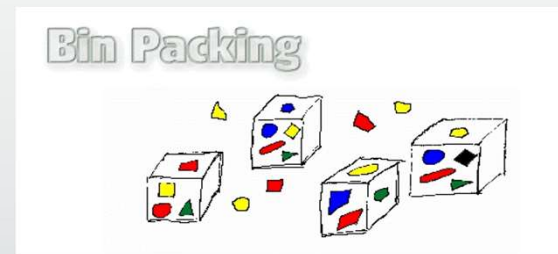
SCP Matematiksel Modeli

Kutu Paketleme Problemi (KPP)

- Bu problem ile;
 - İnşaat
 - Elektronik
 - Metal endüstrisi
- KKP, en fazla n kutu içerisinde n nesnenin yerleştirilmesi ile ilgilendir.

w_j : j. nesnenin ağırlığı

c_i : i. kutunun kapasitesi



Amaç: Her kutudaki nesnelerin toplam ağırlığı kutunun kapasitesini geçmeyecek ve kutu sayısını minimize şekilde kutulara nesnelerin en uygun atamasını bulmak

KPP için Matematiksel Model

P Median Problemi

- P-medyan probleminde amaç talep ağırlıklı toplam uzaklığı minimum yapacak şekilde açılacak olan p adet tesisin en uygun yerlerinin belirlenmesi ve talep noktalarının bu tesislere atanmasıdır.

N : Müşteri Kümesi

M : Aday Tesis Kümesi

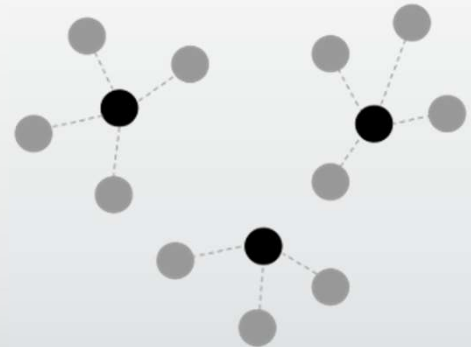
P : Kurulacak Tesis Sayısı

h_i : i. müşterisinin talebi

d_{ij} : i. müşterisi ile j aday tesisi arasındaki uzaklık

$x_j \begin{cases} 1 & j \text{ tesis açılırsa} \\ 0 & \text{diğer durumda} \end{cases}$

$y_{ij} \begin{cases} 1 & i \text{ müşterisi j tesise atanır ise} \\ 0 & \text{diğer durumda} \end{cases}$



P Median Problemi için Matematiksel Model